

План лекции:

1. Дополнительные условия подобия при течении газов с большими скоростями
2. Особенности процесса теплоотдачи в высокоскоростной газовой поток
3. Методика расчета теплоотдачи в высокоскоростных потоках
4. Вопросы для дистанционного освоения лекции

1. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ПОДОБИЯ ПРИ ТЕЧЕНИИ ГАЗОВ С БОЛЬШИМИ СКОРОСТЯМИ

Рассмотренные нами случаи движения газа относились к так называемым дозвуковым (несжимаемым) течениям, когда кинетической энергией потока по сравнению с его внутренней энергией (энтальпией) можно было пренебречь. Кроме того, при малых скоростях движения газа работа **сил трения** и **сил давления** также мала.

В этом случае, для потока жидкости или газа, первое начало термодинамики записывалось следующим образом:

$$dQ = dH \tag{1}$$

При большой скорости движения изменение энтальпии определяется не только теплообменом, но и изменением **кинетической энергии потока**. Кроме того, в газах **нельзя пренебрегать работой сил трения и сил давления**, т.к. эти силы приводят к сжатию газа и существенному повышению его температуры. Поэтому первое начало термодинамики следует записать следующим образом:

$$dQ = dH - Vdp + d\left(\frac{mW^2}{2}\right) - dL_{тр}, \tag{2}$$

где: W - полный вектор скорости потока.

Вывод дифференциального уравнения энергии из представленного соотношения выполняется тем же методом, что и для течений с небольшими скоростями. В приближении стационарного двумерного сжимаемого пограничного слоя это уравнение может быть записано следующим образом:

$$\underbrace{\rho c_p w_x \frac{\partial T}{\partial x} + \rho c_p w_y \frac{\partial T}{\partial y}}_{\text{Конвективный перенос теплоты}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right)}_{\text{Перенос теплоты теплопроводностью}} + \underbrace{\mu \left(\frac{\partial w_x}{\partial y} \right)^2}_{\substack{\text{Работа сил трения} \\ \text{Переход кинетической энергии в тепло}}} + \underbrace{w_x \frac{dp}{dx}}_{\text{Работа сил давления}} \tag{3}$$

Используя методы теории подобия из представленного уравнения можно получить новое число Подобия для высокоскоростных газовых течений. Используемые константы подобия записываются в следующем виде:

$$C_\rho = \frac{\rho}{\rho''}; C_w = \frac{w_x}{w_x''} = \frac{w_y}{w_y''}; C_x = \frac{x}{x''} = \frac{y}{y''}; C_\mu = \frac{\mu}{\mu''}; C_p = \frac{p}{p''}; C_T = \frac{T}{T''}; C_\lambda = \frac{\lambda}{\lambda''}; C_{c_p} = \frac{c_p}{c_p''} \tag{4}$$

Выражая величины ρ и т.д. через константы подобия, уравнение (3) приводится к виду:

$$\rho'' c_p'' w_x'' \frac{\partial T''}{\partial x''} + \rho'' c_p'' w_y'' \frac{\partial T''}{\partial y''} = \frac{C_\lambda}{C_\rho C_{cp} C_w C_x} \frac{\partial}{\partial y''} \left(\lambda'' \frac{\partial T''}{\partial y''} \right) + \frac{C_\mu C_w}{C_\rho C_{cp} C_T C_x} \mu'' \left(\frac{\partial w_x''}{\partial y''} \right)^2 + \frac{C_p}{C_\rho C_{cp} C_T} w_x'' \frac{dp''}{dy''} \quad (5)$$

Подобие течений определяется комплексами:

$$\frac{C_\lambda}{C_\rho C_w C_x C_{cp}} = 1; \quad \frac{C_\mu C_w}{C_\rho C_{cp} C_T C_x} = 1; \quad \frac{C_p}{C_\rho C_{cp} C_T} = 1 \quad (6)$$

Вводя характерные масштабы для плоского течения вдоль пластины:

$$C_\rho = \frac{\rho_0}{\rho''_0}; \quad C_w = \frac{w_0}{w''_0}; \quad C_x = \frac{L}{L''}; \quad C_\mu = \frac{\mu_0}{\mu''_0}, \quad (7)$$

$$C_p = \frac{p_0}{p''_0}; \quad C_T = \frac{T_0}{T''_0}; \quad C_\lambda = \frac{\lambda_0}{\lambda''_0}; \quad C_{cp} = \frac{c_{p0}}{c_p''_0},$$

Из первого комплекса получим известные нам числа **Рейнольдса, Прандтля и Пекле**:

$$\frac{\rho''_0 w''_0 L'' c_p''_0}{\lambda''_0} = \frac{\rho_0 w_0 L c_{p0}}{\lambda_0}$$

или

$$\boxed{\frac{\rho_0 w_0 L}{\mu_0} \cdot \frac{\mu_0 c_{p0}}{\lambda_0} = Re \cdot Pr = Pe} \text{ – Число Пекле} \quad (8)$$

Второй комплекс преобразуется к виду

$$\frac{\rho''_0 c_p''_0 T''_0 L''}{\mu''_0 w''_0} = \frac{\rho_0 c_{p0} T_0 L}{\mu_0 w_0} = \frac{\rho_0 w_0 L}{\mu_0} \cdot \frac{c_{p0} R T_0}{c_{v0} w_0^2} \cdot \frac{c_{v0}}{R} = Re \cdot \left(\frac{\sqrt{k R T_0}}{w_0} \right)^2 \cdot \frac{1}{k-1} = \frac{Re}{(k-1) M^2} \quad (9)$$

$$\boxed{M_0 = \frac{w_0}{\sqrt{k R T_0}} = \frac{w_0}{a_0}} \text{ – число Маха}$$

Число Маха – представляет собой отношение скорости набегающего потока к скорости звука, определённой по температуре набегающего потока.

Третий комплекс можно преобразовать к следующему виду:

$$\frac{\rho''_0 c_p''_0 T''_0}{p''_0} = \frac{\rho_0 c_{p0} \Delta T}{p_0} = \frac{\rho_0 w_0^2 c_{p0} T_0}{p_0 w_0^2} = \frac{Eu}{(k-1) M^2} \quad (10)$$

Как видно подобие процессов, отражающих работу сил давления, определяется **числами Эйлера и Маха**.

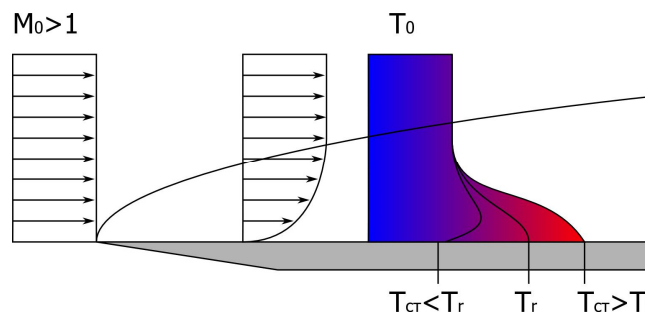
Таким образом, подобие явлений теплообмена при большой скорости движения газа, кроме чисел подобия, рассмотренных ранее, будет определяться числом Маха или, точнее, комплексом:

$$\frac{k-1}{2} M_0^2 \quad (11)$$

Этот вывод справедлив для газовых потоков, которые не изменяют своего состава в процессе взаимодействия со стенкой. Если разогрев газа приведет к его диссоциации, то наряду с задачей теплообмена необходимо будет рассматривать ряд новых задач, таких как **массообмен стенки с потоком (конвективный перенос, диффузия, термодиффузия компонентов смеси) и химические преобразования внутри потока газа.** В этом случае необходимо рассматривать более сложную систему уравнений и использовать дополнительные числа Подобия, связанные с протеканием новых процессов в пограничном слое.

2. ОСОБЕННОСТИ ПРОЦЕССА ТЕПЛОТДАЧИ В ВЫСОКОСКОРОСТНОЙ ГАЗОВЫЙ ПОТОК

В поперечном сечении газового потока, обтекающего стенку, благодаря силам вязкости скорость газа уменьшается от скорости набегающего потока до нуля на ее поверхности. При большой скорости движения $M > 1$ **торможение газа, сопровождается существенным повышением его температуры,** возникающее за счёт перехода кинетической энергии во внутреннюю энергию потока.



Из баланса тепловой и кинетической энергии известно, что при адиабатическом торможении потока газа его температура повышается и её можно рассчитать по формуле:

$$T^* = T_0 \left(1 + \frac{k-1}{2} M_0^2 \right) \quad (12)$$

При течении газа вдоль теплоизолированной поверхности температура газа также повышается, однако максимальное значение этой температуры меньше T^* , т.к. газ охлаждается за счёт процессов конвекции и теплопроводности. Как показано в ряде исследований, температура плоской адиабатической поверхности – **температура восстановления** может быть вычислена по формуле:

$$T_r = T_0 \left(1 + r \frac{k-1}{2} M_0^2 \right), \quad (13)$$

где: r - коэффициент восстановления:

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{\text{Pr}}, \text{ Pr} = 0.1 \dots 1 \text{ для ламинарного режима течения} \\ r &= \sqrt[3]{\text{Pr}}, \text{ Pr} = 0.7 \dots 1 \text{ для турбулентного режима течения} \end{aligned} \quad (14)$$

Например, при сверхзвуковом полёте у поверхности земли с числом Маха $M_0 = 3$ неохлаждаемые поверхности летательного аппарата будут нагреваться до температуры:

$$T_r = 300 \left(1 + \sqrt[3]{0.7} \cdot 0.2 \cdot 9 \right) = 775 \text{ K} \approx 500^\circ \text{C} \quad (15)$$

Для условий входа космического корабля в плотные слои атмосферы при $M_0 = 20$:

$$T_r = 220 \left(1 + \sqrt[3]{0.7} \cdot 0.2 \cdot 400 \right) \approx 15000 \text{ K} \quad (16)$$

Для сравнения температура поверхности солнца ≈ 6000 К.

Рассмотрим температурные поля при теплоотдаче в условиях большой скорости газа. Теплота будет отдаваться от стенки к газу при условии $T_{ст} > T_r$. Передача теплоты от газа к стенке возможна только при $T_{ст} < T_r$. Следовательно, величина и направление теплового потока между газом и стенкой определяются в этих условиях не термодинамической температурой T_0 , а температурой восстановления T_r , которая зависит от скорости движения газа.

Для теплоотдачи между охлаждаемой стенкой и быстро движущимся потоком газа характерно температурное поле в виде кривой с максимумом. Температура стенки больше температуры набегающего потока, но газ отдает теплоту стенке, так как $T_{ст} < T_r$.

Для процессов теплоотдачи при большой скорости движения характерны большие диапазоны изменения температуры газа около стенки, поэтому его **физические параметры в пограничном слое могут изменяться в широких пределах**.

Большие температурные градиенты и тепловые потоки от газа к стенке, возникающие при большой скорости движения, **способствуют повышению устойчивости ламинарного пограничного слоя**.

В опытах, проведенных на пластинах при сверхзвуковых скоростях до $M_0 = 4$, переход от ламинарного режима течения к турбулентному наблюдался при $Re_{кр} = 1,5 \dots 3,5 \cdot 10^6$.

Сверхзвуковое течение газа сопровождается **возникновением скачков уплотнения**. Взаимодействие скачков уплотнения с пограничным слоем вызывает **повышение интенсивности теплоотдачи**.

Когда температура достигает 3000К и выше, существенное влияние на процесс теплообмена начинает оказывать **диссоциация** составляющих воздух газов (азота и кислорода), а также реакции окисления азота, окислы которого затем также диссоциируют. **Диссоциация** – это процесс распада молекулярных соединений на атомы при высоких температурах.

При температуре 5000...6000К начинается **ионизация воздуха**: появляются ионы атомарного кислорода и азота, ионы окиси азота и свободные электроны.

Диссоциация и ионизация сопровождаются изменением состава газа и его физических свойств, а также поглощением теплоты. Поэтому температура заторможенного потока при этих явлениях ниже, чем следует из формулы (13). Известно, что **диссоциация и ионизация газа приводит к увеличению интенсивности теплоотдачи**.

3. МЕТОДИКА РАСЧЕТА ТЕПЛОТДАЧИ В ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ПОТОКАХ

Методика расчёта теплоотдачи в высокоскоростных потоках газа строится на известном преобразовании уравнения энергии (3), которое впервые было выполнено **Широковым М.Ф.**

Градиент давления, входящий в уравнение энергии (3), можно выразить из уравнения движения, записанное в приближении пограничного слоя:

$$\frac{dp}{dx} = -\rho w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} - \rho w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial w_x}{\partial y} \right) \quad (17)$$

Подставляя выражение (17) в уравнение энергии можно получить:

$$\rho w_x \left[c_p \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial (w_x^2/2)}{\partial x} \right] + \rho w_y \left[c_p \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial (w_x^2/2)}{\partial y} \right] = \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \underbrace{\mu \left(\frac{\partial w_x}{\partial y} \right) \frac{\partial w_x}{\partial y} + w_x \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial w_x}{\partial y} \right)}_{\text{Производная произведения}}$$

$$\rho w_x \left[c_p \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial (w_x^2/2)}{\partial x} \right] + \rho w_y \left[c_p \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial (w_x^2/2)}{\partial y} \right] = \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial (w_x^2/2)}{\partial y} \right)$$

(18)

Вводя понятие температуры торможения в виде:

$$T^* = T + \frac{w_x^2}{2c_p}, \quad (19)$$

получим:

$$c_p T^* = c_p T + \frac{w_x^2}{2}$$

при постоянной теплоёмкости газа

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T^*}{\partial y} - \frac{\lambda}{c_p} \frac{\partial (w_x^2/2)}{\partial y} \right) \quad (20)$$

$$\boxed{\rho w_x c_p \frac{\partial T^*}{\partial x} + \rho w_y c_p \frac{\partial T^*}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T^*}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \left(1 - \frac{1}{Pr} \right) \frac{\partial (w_x^2/2)}{\partial y} \right)}$$

При **числе Прандтля равном единице**, полученное уравнение энергии, записанное через температуру торможения, становится полностью **подобным уравнению энергии для несжимаемого (низкоскоростного) течения газа**.

Из приведённого факта следует, что при высокоскоростном течении газа будут справедливы законы теплообмена, полученные ранее для течений с низкими скоростями, при условии замены температуры газа на температуру торможения по формуле (19).

Так при определении коэффициента теплоотдачи как:

$$\alpha = \frac{q_{ст}}{T_{ст} - T^*}, \quad (21)$$

Для получения его значения можно воспользоваться формулами:

$$\boxed{Nu_{\mathcal{E}} = \frac{\alpha L}{\lambda_{\mathcal{E}}} = 0.332 Re_{\mathcal{E}}^{0.5} Pr_{\mathcal{E}}^{1/3}}; \text{ ламинарный режим течения;}$$

(22)

$$\boxed{Nu_{\mathcal{E}} = \frac{\alpha L}{\lambda_{\mathcal{E}}} = 0.0296 Re_{\mathcal{E}}^{0.8} Pr_{\mathcal{E}}^{0.4}}; \text{ турбулентный режим течения,}$$

где: индекс \mathcal{E} - означает, что свойства газа определяются по, так называемой **эффективной температуре**. Согласно исследованиям Эккерта эффективная температура может быть определена, как:

$$T_{\mathcal{E}} = 0.5(T_{ст} - T_0) + 0.22(T_r - T_0) \quad (23)$$

4. ВОПРОСЫ ДЛЯ ДИСТАНЦИОННОГО ОСВОЕНИЯ ЛЕКЦИИ

1. Запишите комплекс, включающий новое число подобия для высокоскоростного течения.
Ответ:
2. Дайте определение температуры восстановления.
Ответ:
3. Запишите формулы для определения коэффициента восстановления при ламинарном и турбулентном режимах течения в высокоскоростном пограничном слое.
Ответ:
4. Запишите законы теплоотдачи для высокоскоростного течения в пограничном слое при ламинарном и турбулентном режимах течения.
Ответ:
5. Запишите связь температуры торможения и скорости потока.
Ответ:
Фамилия Имя Отчество:
Группа:
Подпись:
Дата: